

Dr. Lothar Wenzel

Digitale Signalverarbeitung ist keine Hexerei

Teil 8: Datenfitting und Vorhersage

Bei zahlreichen Anwendungen der digitalen Signalverarbeitung muß man die Struktur des vorliegenden Datenmaterials mit Hilfe einer Modellvorstellung vereinfachen. Damit sind im Regelfall Ziele wie Datenreduktion, Rauschunterdrückung oder Eliminierung unerwünschter Übertragungseffekte verbunden. Die Resultate derartiger Manipulationen sind darüber hinaus auch im Sinne der Inter- bzw. Extrapolation zu nutzen. Letzterer Begriff ist vielleicht besser unter dem Namen „Vorhersage“ bekannt. Einige der wichtigsten Verfahren und deren Anwendungen schildert dieser Teil unserer DSP-Serie.

Fittingroutinen findet man in der Signalverarbeitung sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich vor. Bekanntester dürfte die erste Variante sein. Im Normalfall ist eine Menge von Wertepaaren $(x[n], y[n])$ vorgegeben. Interpretiert werden diese Daten als Meßwert $y[n]$ zum Zeitpunkt $x[n]$. Die Zeiten können dabei gleichmäßig verteilt, manchmal aber auch regellos angeordnet sein. Ein Beispiel für die zweite Möglichkeit sei vorweggenommen, da es im weiteren Verlauf noch benötigt wird. Wechselkurse wie die des Schweizer Franken zur Deutschen Mark (siehe auch [5])

werden an den Währungsbörsen zu zeitlich nicht fixierbaren Kursen gehandelt. Die Abstände zwischen den verschiedenen Notierungen reichen von einigen Sekunden bis zu vielen Minuten (*Bild 1*). Nachts und außerhalb der Handelstage liegen überhaupt keine Daten vor.

Neben den Wertepaaren ist eine Modellgleichung vorgegeben, die in bestimmter Weise Zeitpunkte und Meßwerte miteinander verbindet. Arbeitet man z.B. innerhalb der Klasse der Polynome, so wird der Grad der Einfachheit durch die Ordnung des Polynoms charakterisiert. Ziel der Fittingroutine ist es nun, Modell und Realität möglichst in Einklang zu bringen. Das läuft auf ein Optimierungsproblem hinaus, wobei es zahlreiche Zielfunktionale gibt, die nicht immer zu denselben Resultaten führen werden. Das am häufigsten verwendete Verfahren ist die Methode der kleinsten Quadrate, bei der man versucht, den Wert folgender Summation zu minimieren:

$$\sum [f(a, x[n]) - y[n]]^2 \quad (1)$$

Das Symbol f steht hierbei für die Modellgleichung, a beschreibt einen Satz von zu bestimmenden Parametern. Wird polynomial gefittet, steht a gerade für die Menge der zu ermittelnden Koeffizienten des Polynoms.

Es gibt Standardmethoden zur Lösung des Optimierungsproblems (1). Im Falle von Polynomen als Modellgrundlage führen diese Strategien auf direktem Wege zu linearen Gleichungssystemen mit den Koeffizienten des gesuchten Polynoms als unbekannte Größen. Diese Eigenschaft ist vielleicht das stärkste Argument für den Einsatz derartiger Modelle. Später wird anhand von Modellvorstellungen, die auf Linearkombinationen periodischer Schwingungen aufbauen, gezeigt, daß im allgemeinen Fall eine kompliziertere Numerik erforderlich ist.

Polynomiale Fits sind mit größter Vorsicht zu genießen, da dieser Ansatz nur höchst selten etwas mit einem realen Prozeß zu tun haben wird. Man nutzt Polynome auch nur

dann, wenn sich kein besseres Modell anbietet oder falls klar ist, daß ein Polynom garantiert der richtige Ansatz ist. Zudem muß man die Ordnung des Polynoms möglichst gering halten, da ansonsten unschöne Oszillationen auftreten. Für die Vorhersage zukünftiger Daten sind eigentlich nur lineare Fits wirklich im Einsatz. Man bedenke, daß sich alle Polynome jenseits der konstanten Funktion für immer größer werdende Zeiten im Unendlichen verlieren. Diese Eigenschaft steht in scharfem Kontrast zum realen Verhalten aller Meßwerte.

Parameter, so daß Levenberg-Marquardt als das Mittel der Wahl bei allgemeinen Modellansätzen gelten darf.

Das Programm LEVENBERG ist eine voll funktionsfähige Umsetzung dieses Algorithmus. Man kann Werte künstlich lehrreich, weil sich die Modellgleichung mit dieser Formel abstimmen läßt. In diesem Fall kennt man die Lösung, und es läßt sich überprüfen, ob das Programm in Abhängigkeit von verschiedenen Startwerten zum korrekten Resultat führt. Es empfiehlt sich die Addition eines Zufallstermes, was Rauscheffekte simuliert. Die zu beachtenden Regeln für die Formeleingaben finden sich in [1].

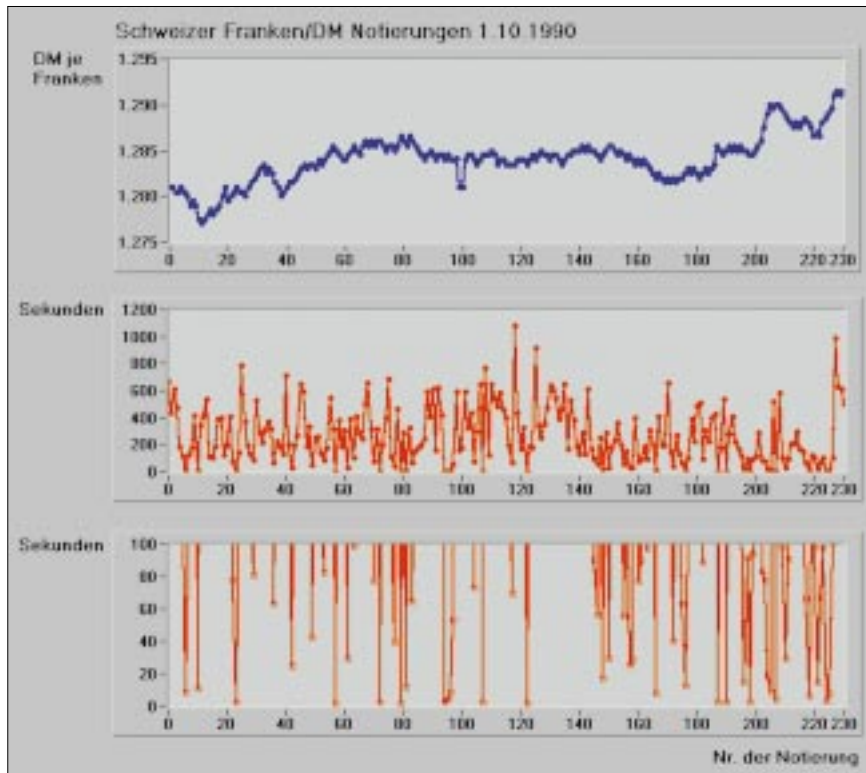


Bild 1. Aktienkurse und andere Notierungen folgen aus Sicht der Taktraten keinem festen Schema. Die zeitlichen Abstände können im Sekunden- aber gegebenenfalls auch im Stundenbereich liegen.

Auch wenn es auf den ersten Blick nicht so aussieht, die Fouriertransformation ist ein polynomialer Fit im Frequenzraum. Allerdings muß man hier mit komplexen Zahlen hantieren und es geht um Polynome in der komplexen Variablen $\exp(j\omega)$, wobei ω für die Frequenz steht.

Die Methode nach Levenberg-Marquardt

Die gebräuchlichste Methode für eindimensionale Fittingprobleme mit beliebig umfangreichen Parametersätzen ist das Verfahren nach Levenberg-Marquardt. Diese Methode arbeitet iterativ und läßt allgemeine Modellgleichungen zu. Die Qualität des Verfahrens hängt in starkem Maße von den Anfangswerten der Parameter ab. Anders gesagt: Es muß keine Konvergenz gegen den optimalen Parametersatz vorliegen. Bei praktischen Anwendungsfällen verfügt man allerdings relativ oft über gute Abschätzungen für die

Filterung statt echtem Fitting

Digitale Filter kann man nicht direkt zu den Fittingstrategien zählen, manchmal leiten sie jedoch die eigentliche Optimierung ein, oder man begnügt sich mit den gefilterten Daten, ohne eine genaue Modellvorstellung ins Spiel zu bringen. Letzteres ist z.B. ein Standardwerkzeug bei der technischen Analyse von Aktienkursen. Verschiedenste gleitende Mittelwerte sind hierbei im Einsatz, die zur Herausarbeitung von Trends dienen. Gleitende Mittelwerte sind nichts anderes als sehr spezielle digitale Filter mit einem Tiefpaßeffekt.

Als flankierende Maßnahme bei Fittingroutinen sind Filter insbesondere deshalb von Interesse, weil man mit ihrer Hilfe bestimmte Störfrequenzen oder ganze Störbänder ausblenden kann, so daß das reine Meßsignal übrigbleibt. Verfahren wie das nach Levenberg-Marquardt arbeiten auf diesem verbesserten Datenmaterial weitaus stabiler und auch schneller.

Gewöhnlich ist man an der Aufrechterhaltung der äußeren Form eines Signals bei Fittingoperationen interessiert. Insofern muß man mit linearphasigen Filtern

arbeiten, die, wie im Abschnitt der Serie über digitale Filter beschrieben [3, 4], weitgehend formkonservierend arbeiten.

Fitting mit periodischen Funktionen

Die klassische Fittingstrategie mit periodischen Schwingungen basiert auf der Fouriertransformation. Hierbei schneidet man mehr oder weniger viele Glieder der Fourierentwicklung ab. Bei zahlreichen Anwendungsfällen genügen bereits einige wenige Komponenten, um den Signalverlauf fast vollständig zu reproduzieren. Diese Methode eignet sich auch für un stetige Kurvenverläufe, allerdings hat man dann das Gibbs'sche Phänomen des Überschwingens an den Unstetigkeitsstellen in Kauf zu nehmen. Bild 2 erläutert den Annäherungsprozeß in letzterem Fall.

Typisch für zahlreiche Aufgabenstellungen in der Praxis ist, daß man weiß, daß sich ein gegebenes Signal aus eini-

gen periodischen Schwingungen zusammensetzt. Normalerweise sind aber weder Frequenz, Amplitude noch Phase bekannt. Ein wichtiges Beispiel ist das Doppler-Radar. Infolge des Doppler-Effektes treten hierbei charakteristische Frequenzen in Erscheinung, die zur Geschwindigkeitsermittlung von Objekten benutzt werden. Ein anderes Beispiel bezieht sich auf ein Spezialproblem von digitalen Bildverarbeitungskarten.

Ziel ist es dabei, Zeilenfrequenzen sehr präzise zu erfassen und in einer anschließenden Phase eine Sinusschwingung mit eben dieser Frequenz zu generieren. Da hardwaremäßig alles auf einfach aufgebauten FPGAs beruht, müssen die zu entwickelnden Algorithmen ebenfalls sehr geradlinig sein. In diesem Fall geht es also um das Fitting von Daten mit Hilfe eines sinusförmigen Modells, wobei Phase und Frequenz unbekannt sind. Eine ähnliche Situation liegt vor, wenn ein Generator eines Kraftwerkes dem Landesnetz zugeschaltet werden soll. Genaueste Angaben über zeitliche Spannungsverläufe sind dann zwingend erforderlich.

Der Fall einer einzigen Schwingung

Die naheliegendste Methode, nämlich die Fouriertransformation, ist bei den geschilderten Aufgabenstellungen nicht einsetzbar. Der Grund dafür liegt darin, daß die Abtast- und die gesuchte Frequenz nicht multiplikativ auseinander hervorgehen müssen. Sind mehrere Frequenzen zu ermitteln, ist die Situation noch ungünstiger, da keinerlei Beziehungen zwischen diesen bestehen müssen. Eine viel genutzte Methode bei der Suche nach einer einzigen Sinusschwingung im Signal beruht aber insofern doch auf einer Fouriertransformation, weil man den größten Peak im Leistungsspektrum als Näherungswert für die gesuchte Frequenz nutzt. Die vollständige Methode trägt den Namen Buneman und wurde bereits im fünften Teil dieser Serie vorgestellt [5]. Bemerkenswert ist, daß die dort (leider fehlerhaft) dargestellte Formel (in ihrer richtigen Form, s. *Kasten* „Errata...“) völlig exakt ist, wenn das Signal wirklich nur aus einer einzigen periodischen Schwingung besteht.

Schrittweise herantasten

Ein anderes Verfahren zur Bestimmung der Frequenz und der Phase einer zunächst unbekannt Sinusschwingung (die Größe der Amplitude sei als gegeben vorausgesetzt) arbeitet iterativ. Das ist z.B. dann vorteilhaft, wenn man Anwendungen wie die weiter oben genannte Bildverarbeitungskarte im Auge hat.

Nach jeder Erfassung eines neuen Meßwertes kann etwas gerechnet werden, woraus sich Schritt für Schritt die gesuchte Lösung zusammensetzt. Insgesamt gesehen läßt sich hierbei auf eine Reglerstruktur aufbauen, die die Differenz zwischen Meßwert und vorhergesagtem Sinuswert

zur Korrektur der Frequenzschätzung nutzt. Da Regler rechenstechnisch äußerst effizient umgesetzt werden können, entsteht insgesamt gesehen eine zufriedenstellende Implementierung. Die zugrundeliegende Theorie trägt den Namen Phasenregelschleife (PLL – phase-locked-loop).

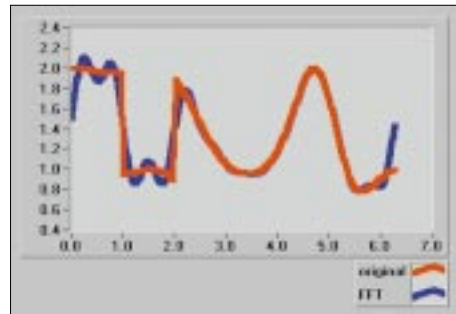


Bild 2. An Unstetigkeitsstellen tritt das Gibbs'sche Phänomen des Überschwingens auf.

Prony-Algorithmus

Von Prony (bereits 1795!) stammt die allgemeine Lösung für das Fittingproblem, basierend auf beliebig vielen Sinusschwingungen. Es erweist sich als vorteilhaft, stets im Bereich der komplexen Zahlen zu agieren, auch dann, wenn man es eigentlich mit reellwertigen Signalen zu tun hat. Insofern bestehen die einzelnen Schwingungen aus Komponenten wie $A \cdot \exp(jBt)$. B steht für die Frequenz, die komplexe Zahl A verschlüsselt sowohl die Phase als auch die Amplitude. Die Idee des Prony-Algorithmus besteht darin, daß man die Ermittlung der As von der der Bs trennt. Letztere werden zunächst als Nullstellen gewisser Polynome ermittelt, woran sich in einer zweiten Etappe die Bestimmung der As anschließt. Hierzu ist ein passendes lineares Gleichungssystem zu lösen.

Die Idee des Prony-Algorithmus besteht darin, daß man die Ermittlung der As von der der Bs trennt. Letztere werden zunächst als Nullstellen gewisser Polynome ermittelt, woran sich in einer zweiten Etappe die Bestimmung der As anschließt. Hierzu ist ein passendes lineares Gleichungssystem zu lösen.

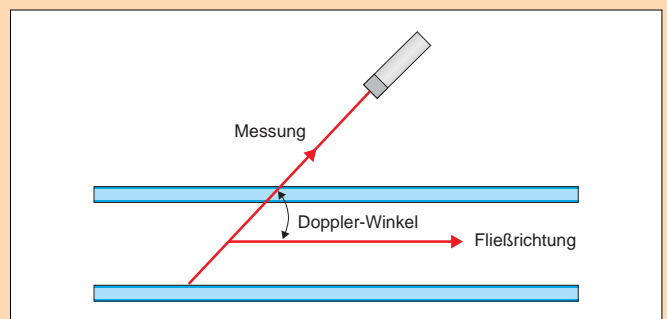
Errata im fünften Teil der Serie

Leider haben sich zwei Fehler in den fünften Teil dieser Serie in *Elektronik* 5/1999 eingeschlichen. Wir bitten unsere Leser um Entschuldigung.

- In der Formel auf S. 64 dürfte kein „m“ auftreten. Statt dessen muß es „n“ heißen. Richtig lautet sie:

$$f_{\text{Grund}} = f + \frac{n}{\pi} \arctan \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right) + W} \right) \quad \text{mit } W = \frac{|FT(x)(f)|}{|FT(x)(f+1)|}$$

- In Bild 6 wurde der Doppler-Winkel falsch dargestellt. Natürlich liegt der Doppler-Winkel zwischen den beiden Schenkeln „Fließrichtung“ und „Messung“.



Das Verfahren nach Prony zählt zu den sogenannten indirekten Methoden, da man die eigentlich erforderliche Optimierung durch andere Berechnungen ersetzt. Direkte Verfahren gibt es auch, jedoch geht es dann um Optimierungen nichtlinearer Art, die äußerst rechenaufwendig und darüber hinaus numerisch instabil sein können. Ferner betrifft das ausschließlich die Grundsituation, d.h., es liegt akkurates Datenmaterial ohne Rauschen vor. Sind die Verhältnisse ungünstiger, muß der Algorithmus von Prony passend modifiziert werden.

ARMA-Prozesse

Von kaum zu unterschätzender Bedeutung sowohl für die komprimierte Datenbeschreibung als auch für die Vorhersage sind die sogenannten ARMA-Prozesse. ARMA ist die Abkürzung für Auto Regressive Moving Average. Der erste Teil des Namens legt Zusammenhänge mit der Autokorrelationsfunktion von Signalen nahe, gleitende Mittelwerte erinnern an die bereits behandelten digitalen Filter. Beide Komponenten spielen in der Tat auch eine entscheidende Rolle bei der Behandlung von ARMA-Prozessen.

Zur Erläuterung der zugrundeliegenden Theorie lassen sich exemplarisch die täglichen Schlußkurse einer bestimmten Aktie an der Börse heranziehen. Viele Theoretiker gehen davon aus, daß diese Werte durch einen reinen Zufallsprozeß generiert werden. Es ist aber sehr gut denkbar, daß nicht die Börsenkurse der ursprüngliche Zufallsprozeß sind. Vielmehr können sie als Ergebnis einer Übertragungsfunktion aus den wahren zufälligen Ereignissen heraus generiert sein (vergleiche auch [5]). Mit anderen Worten, man ist daran interessiert, aus zufällig vorliegenden Daten $x[n]$ auf das unbekannte Systemverhalten zu schließen. Da fast alles und jedes in unserer Welt als System deutbar ist, liegt somit eine sehr allgemeine Problemstellung vor, der man in Technik, Wissenschaft, Finanzwesen, Biologie und in vielen weiteren Gebieten begegnen kann.

Die allgemeine Formulierung stützt sich auf die Bestimmung von a- sowie b-Koeffizienten gemäß dem Ansatz:

$$x[n] = -a_1x[n-1] - \dots - a_px[n-p] + b_0e[n] + \dots + b_qe[n-q] \quad (2)$$

Das Symbol e steht hierbei für den ursprünglich vorliegenden Zufallsprozeß, x bezeichnet die Meßwerte. Vom Signal e sei bekannt, daß es sich ausschließlich um Gauß'sches weißes Rauschen handelt (*Bild 3*), der Mittelwert von e sei 0, die Varianz sei mit s bezeichnet.

Diese Aufgabe ist zwar prinzipiell lösbar, sprengt jedoch den hier gesteckten Rahmen. Eine Beschränkung auf die wichtige Spezialklasse der AR-Prozesse ist sinnvoll, da einerseits zahlreiche praktische Einsatzfälle damit abgedeckt werden können und andererseits eine relativ überschaubare und geschlossene Theorie vorliegt. Der AR-Ansatz geht davon aus, daß in der Formel (2) keine a-Koeffizienten vorliegen, es geht demnach um die reine Ermittlung eines Satzes von b-Werten. Diese b-Koeffizienten lassen sich mit Hilfe der Yule-Walker-Gleichung ermitteln. Die Yule-Walker-Gleichung ist ein lineares Gleichungssystem, dessen dazu-

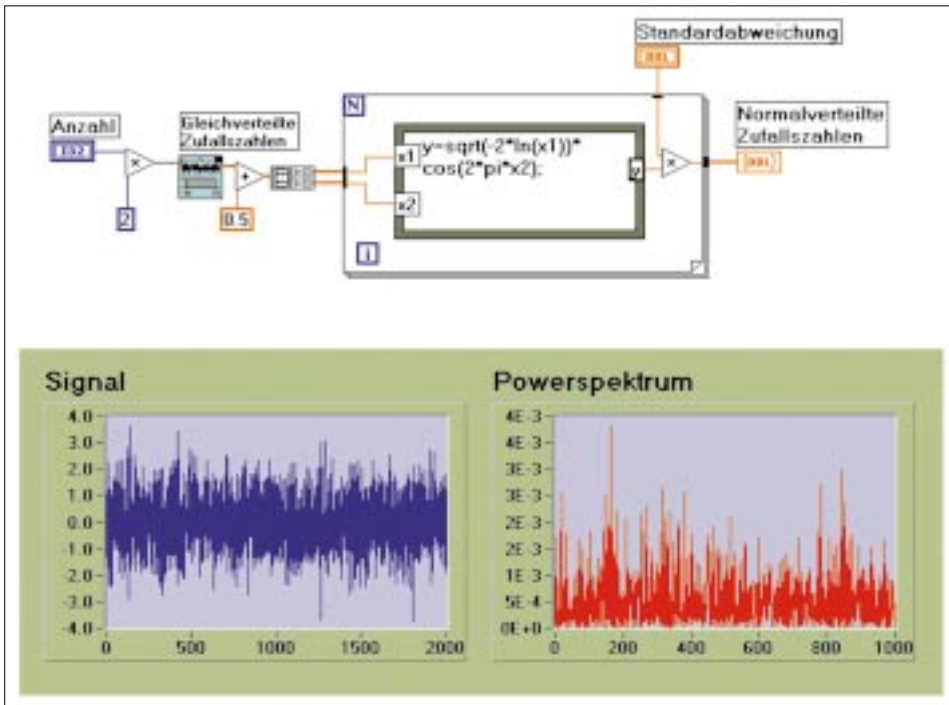


Bild 3. Zur Definition des Gauß'schen weißen Rauschens: Im oberen Teil ist die Konstruktion eines Gauß-verteiltern Zufallssignals gezeigt, sofern man ein gleichverteiltes Signal als Grundlage hat. Unten sieht man ein Signal (links), das eine Standardabweichung von 1,0 hat. Nur ganz wenige Werte liegen außerhalb der 3-Sigma-Grenze. Rechts daneben findet man das dazugehörige Powerspektrum. Es treten alle Frequenzen energetisch gesehen mehr oder weniger gleichstark auf.

gehörige Matrix aus Elementen der Autokorrelationsfunktion des Signals x besteht. Nun kennt man diese Autokorrelationsfunktion nicht exakt, da man es beim praktischen Einsatz nur mit endlichen Signallängen zu tun hat. Die Formel

$$\sum x[n]x[n+k] \quad \text{für } k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3)$$

stellt aber einen hervorragenden Ersatz dar, d.h., die Schätzwerte stimmen im Regelfall sehr gut mit den wahren Werten überein. Die Summation läuft in Abhängigkeit von k jeweils von $n = 0$ bis $n = N - 1 - k$.

Eine weitere kritische Stelle bei ARMA- oder AR-Prozessen ist die Ordnung des Yule-Walker-Systems. Die Fixierung einer passenden Ordnung ist eine nicht zu unterschätzende Schwierigkeit bei diesem Verfahren. Es gibt einige Berechnungsvorschriften für diese Ordnung, manchmal besitzt man auch andere Informationsquellen über das zugrundeliegende System. Sehr oft bleibt aber nichts weiter übrig, als ein bestimmtes Maß an Subjektivität in Kauf zu nehmen und zu hoffen, daß die Lösung dem wahren System weitgehend entspricht.

Der zweite Spezialfall der ARMA-Prozesse liegt dann vor, wenn in Formel (2) keine b-Koeffizienten vorkommen. Die Lösung dieses Problems läßt sich in gewisser Hinsicht auf die AR-Aufgabenstellung zurückführen. Grob gesagt löst man dann ein AR-Problem sehr hoher Ordnung und verwendet eine passende Polynomdivi-

sion. Die Lösung des allgemeinen ARMA-Systems ist, wie bereits gesagt, sehr kompliziert und numerisch aufwendig.

Savitzky-Golai-Filter

Die Verwandtschaft zwischen digitalen Filtern und Fittingstrategien ist eng. Ein prägnantes Beispiel hierfür ist das Savitzky-Golai-Filter, das dem Wesen nach ein geschickt ausgeführter polynomialer Fit ist. Anzuwenden ist dieses Filter immer dann, wenn das Signal langsam erfolgenden Änderungen unterworfen ist, wobei zufällig verteilte Störanteile zugelassen sind. Im Regelfall geht man hierbei von der Annahme aus, daß die Rauschanteile normalverteilt sind. An Glättungsfiltern stehen zwei verschiedene und konkurrierende Lösungsansätze bereit.

Mathematisch und numerisch anspruchsvoller sind die sogenannten Least-Square-Filter, deren Ziel darin besteht, global gesehen möglichst perfekt ein vorgegebenes Signal zu repräsentieren.

Alle Signalwerte stehen somit in Beziehung zu allen anderen, was gerade die Komplexität der auszuführenden Berechnungen ausmacht. Neben dem relativ hohen Rechenaufwand kommt hinzu, daß an ein Echtzeit-Verhalten dieser Filter nicht zu denken ist, da vor den auszuführenden Operationen zunächst das Gesamtsignal bekannt sein muß.

Beide genannten Nachteile werden vom Savitzky-Golai-Filter vollständig vermieden. Die Grundidee ist mit dem Begriff des gleitenden Mittelwertes gut umschrieben. Man fixiert hierzu sowohl eine bestimmte Anzahl an linken und

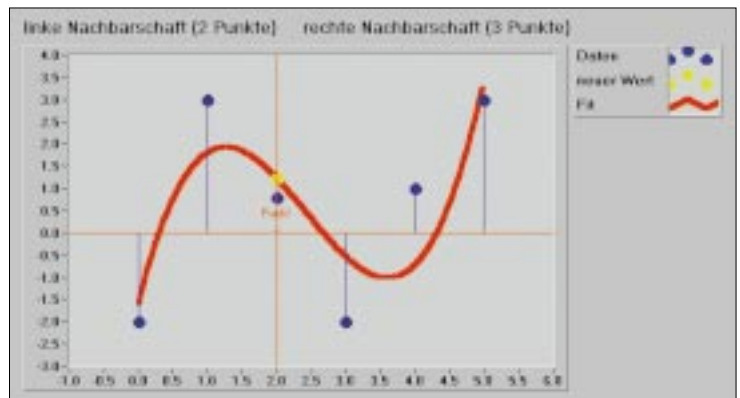


Bild 4. Polynome werden gut durch Nachbarschaftswerte bestimmt. Ziel ist es, möglichst nahe an allen Punkten gleichzeitig zu bleiben. Im Beispielfall besteht die linke Nachbarschaft aus zwei und die rechte aus drei Punkten. Der Polynomgrad ist drei.

an rechten Nachbarpunkten als auch den Grad des einzusetzenden Polynoms. Hierauf aufbauend läßt sich dann ein Polynom des genannten Grades finden, das möglichst gut alle Nachbarwerte und den Signalwert an der fixierten Stelle repräsentiert (*Bild 4*). Im Normalfall wird das so ermittelte Polynom durch keinen Punkt direkt gehen, aber im Mittel ist die Annäherung perfekt. Der Polynomwert an der betrachteten Stelle ist gerade der neue gefilterte Signalwert.

Aus numerischer Sicht ist der Savitzky-Golai-Algorithmus äußerst effizient. Es kommt hinzu, daß sich die aufwendigen Teile der Berechnung vor der eigentlichen Filteroperation erledigen lassen. Das kommt naturgemäß dem Echtzeit-Verhalten sehr entgegen. Die Filteroperation im engeren Sinne erfordert dann nur noch die Bestimmung eines einzigen Skalarproduktes per Signalwert, wobei die Länge dieses Skalarproduktes durch die Größe der angesprochenen Nachbarschaft determiniert ist.

Es zeigt sich, daß man keineswegs immer durch Erhöhung des Polynomgrades oder unter Verwendung von ausgedehnteren Nachbarschaften die Güte der Lösung des Savitzky-Golai-Verfahrens verbessert. Alles hängt von der konkreten Anwendung ab. In jedem Fall läßt sich Zusatzwissen über den das Signal produzierenden Prozeß in bessere Qualität des Fits ummünzen.

Exakte Peakbestimmung

Manchmal ist man gar nicht daran interessiert, ein gesamtes Signal zu fitten, vielmehr geht es nur um einen wohldefinierten Abschnitt davon. Ein prägnantes Beispiel hierfür ist die Kreuzkorrelation zweier Signale (*Bild 5*). Aufgabe sei es, die genaue Verschiebung zwischen den beiden gegebenen Signalen zu ermitteln. Die Kreuzkorrelation ist hierbei ein adäquates Hilfsmittel, weil die Position des Maximalwertes der Kreuzkorrelation als genau diese Verschiebung inter-

pretiert werden kann. Leider liegen die Dinge in der Praxis ungleich komplizierter, in erster Linie deshalb, weil die Abtastung nicht selten zu grob ist und die Signale mannigfachen Störungen unterworfen sind. Die Kreuzkorrelation selbst kann beispielsweise eine potentiell gewünschte Genauigkeit im Subpixelbereich nicht produzieren. Das sieht aber bereits anders aus, wenn man neben dem Spitzenwert der Kreuzkorrelation auch die unmittelbaren Nachbarn mit berücksichtigt. Legt man eine quadratische Kurve durch diese drei Werte, kann man den genauen Spitzenwert als qualitativ bessere Positionsbestimmung ansehen.

Im übrigen ist der hierdurch generierte Schätzwert für den Grad der Übereinstimmung der beiden Signale ebenfalls besser. Die Genauigkeit im Subpixelbereich kann mit dieser Methode durchaus bis auf $1/3$ bis $1/4$ gebracht werden. Das ist schon deshalb eine gute Botschaft, weil man nicht in jedem Fall ausreichend Freiheitsgrade bezüglich der Abtastrate hat. Ein klassisches Beispiel hierfür ist die Bildverarbeitung, da die Pixelauflösung im wesentlichen fixiert ist. Trotzdem lassen sich mit geeigneten Verfahren Genauigkeiten bis zu $1/20$ Pixel und zuweilen besser generieren. Auch hier gilt die Regel: Je mehr man über die zugrunde-

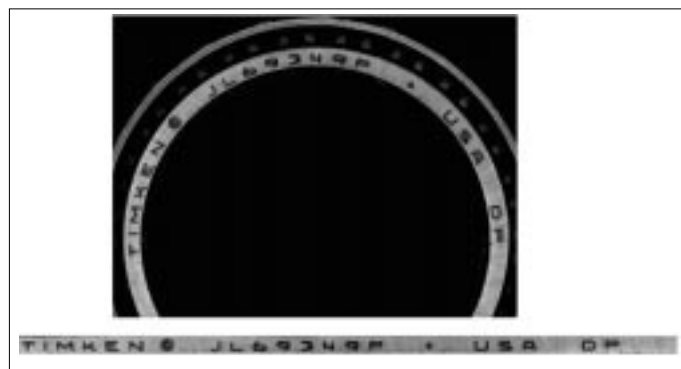


Bild 6. Die Lösung des OCR-Problems auf ringförmigen Trägern erfordert zusätzlichen Aufwand. Gezeigt ist das „Ausrollen“ des originalen Schriftzugs. Erst daran anschließend kann die OCR-Routine zur Anwendung kommen.

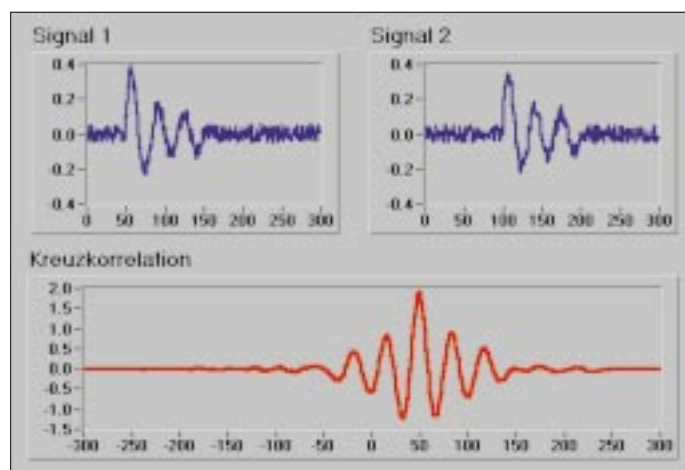


Bild 5. Einsatz der Kreuzkorrelation bei der Ermittlung der Übereinstimmung zweier Signale. Das zweite Exemplar ist leicht geschwächt und gegenüber dem ersten Signal verschoben. Die Kreuzkorrelation (nicht-zyklisch im vorliegenden Fall) kann den Betrag dieser Verschiebung anhand des Maximums leicht rekonstruieren.

liegenden Signale weiß, um so zuverlässiger werden die Endergebnisse sein. Im Idealfall sind hierunter Modelle zu verstehen, deren Eigenschaften direkt in die Lösungsstrategie einfließen. Will man in einem Bild beispielsweise geradlinige Kanten bestimmen, bieten sich die zugeordneten Fittingstrategien geradezu an.

Ausgerollte Scheiben

Generell ist die zweidimensionale Signalverarbeitung reich an Fittingproblemen. Eine weitere interessante Anwendung ist das automatische Lesen von Beschriftungen auf kreisförmigen Trägern (Bild 6). OCR-Algorithmen (Optical Character Recognition) können hierbei nicht direkt zum Einsatz kommen, da derartige Programme von geradlinig orientierten Zeichenketten ausgehen. Gewöhnlich besitzt man allerdings ausreichend Informationen über die zugrundeliegende kreisförmige Struktur. In Bild 6 ist das an den konzentrisch liegenden Ringen zu erkennen. Gelingt es, diese sicher aufzuspüren, kann man Fittingroutinen zum Einsatz bringen, die hochgenau die Geometrie der Scheibe beschreiben. Dann fehlt eigentlich nur noch ein einziger Schritt. Man bestimme einen konzentrisch liegenden Ring, der den Schriftzug ganz enthält und strecke die-

sen so, daß das wohlvertraute OCR-Problem zum Vorschein kommt. Der Kern dieser Vorgehensweise liegt in der geeigneten Fittingstrategie. Diese kann im vorliegenden Fall deshalb erfolgreich zum Einsatz kommen, weil man perfektes Wissen über das dahintersteckende Modell besitzt (konzentrische Kreise).

Thema des nächsten Teils 9 werden Anwendungen der vorgestellten Methoden sein. gs

Literatur

- [1] Wenzel, L.: Digitale Signalverarbeitung ist keine Hexerei, Teil 1. *Elektronik* 1998, H. 23, S. 96ff.
- [2] Wenzel, L.: Digitale Signalverarbeitung ist keine Hexerei, Teil 2. *Elektronik* 1998, H. 25, S. 86ff.
- [3] Wenzel, L.: Digitale Signalverarbeitung ist keine Hexerei, Teil 3. *Elektronik* 1999, H. 1, S. 52ff.
- [4] Wenzel, L.: Digitale Signalverarbeitung ist keine Hexerei, Teil 4. *Elektronik* 1999, H. 3, S. 48ff.
- [5] Wenzel, L.: Digitale Signalverarbeitung ist keine Hexerei, Teil 5. *Elektronik* 1999, H. 5, S. 60ff.
- [6] Wenzel, L.: Digitale Signalverarbeitung ist keine Hexerei, Teil 6. *Elektronik* 1999, H. 7, S. 58ff.
- [7] Wenzel, L.: Digitale Signalverarbeitung ist keine Hexerei, Teil 7. *Elektronik* 1999, H. 9, S. 62ff.
- [8] Die im Text angegebenen Programme stehen zum Download bereit unter: www.natinst.com/germany

Dr. Lothar Wenzel ist gebürtiger Berliner und hat Mathematik und Informatik in Greifswald und Dresden studiert. Nach Tätigkeiten in einem Kernkraftwerk und bei der BASF AG, Ludwigshafen, beschäftigt er sich z.Zt. bei National Instruments in Austin, Texas, mit dem Design von Algorithmen auf den Gebieten Simulation, Regelung, Mathematik und Bildverarbeitung.

