Dr. Lothar Wenzel

Digitale Signalverarbeitung ist keine Hexerei

Teil 3: Finite-Impulse-Response-Filter

Im dritten Teil dieser Serie geht es um digitale Filter. Gewöhnlich versteht man darunter in Soft- oder Hardware umgesetzte Algorithmen, die im Originalbereich des Signals arbeiten, jedoch eine Wirkung im Frequenzbereich erzielen. Digitale Filter lassen sich hervorragend nach vorgegebener Spezifikation konstruieren. Die Anwendungsbreite ist enorm. Dieser Artikel erklärt die Leistungsparameter digitaler Filter und gibt Entwurfshinweise.

Viele Regelungsvorgänge der Praxis sowie Meßreihen der Forschung stützen sich auf Temperaturmessungen. Hierbei sind Thermoelemente aufgrund ihres sehr einfachen Aufbaus und des niedrigen Preises sehr oft das Mittel der Wahl. Man hat es nicht selten mit Dutzenden bis Hunderten von Kanälen zu tun. Ebenso regelmäßig steht es mit den Übertragungsstrecken nicht zum Besten. Zum einen sind die Verbindungslängen von den unmittelbaren Sensoren bis zu den eigentlichen Meßwertaufnehmern (Vorkonditionierer bzw. Computer oder Schreiber) im Regelfall groß. Andererseits, und das ist im Zusammenhang mit digitalen Filtern bedeutungsvoller, ist der Übertragungskanal mannigfachen Störungen ausgesetzt. Exemplarisch dafür sind beispielsweise die Einflüsse der Netzfrequenz von 50 Hz. Diese spezifische Frequenz kann zu einer Art Modulation des Signals führen, was die Messungen faktisch wertlos macht. Man beachte, daß Thermospannungen im Bereich einiger Millivolt liegen.

Eine Anwendung – Thermoelemente

Zum Glück ist aber die Suche nach einem geeigneten Gegenmittel nicht schwer. Im Regelfall verlaufen Temperaturprozesse eher langsam, d.h. weit unterhalb der erwähnten 50 Hz. Alles, was man somit benötigt, ist ein Tiefpaß, der Komponenten oberhalb einer fixierten Frequenz auslöscht oder – genauer – fast auslöscht. Bei bestimmtem Signalkonditionierern findet sich folgerichtig z.B. ein 4-Hz-Tiefpaß, der das geschilderte Problem vollständig beseitigt. Allerdings hilft auch ein ganz simpler Trick weiter. Hierzu nimmt man einfach weitaus mehr Temperaturwerte als benötigt in schneller Folge auf und arbeitet ausschließlich mit Mittelwerten weiter, berechnet aus gleich langen Teilabschnitten des Datenmaterials. Solche Mittelwertbildungen führen tendenziell zu einer Tiefpaßwirkung.

Man kann diesen Effekt auch hörbar machen. Hierzu wird das Programm „Tiefpass“ gestartet. Man kann Tonsequenzen aufnehmen oder WAV-Dateien laden sowie beides in Originalform abspielen. Wirklich interessant ist allerdings erst die Zuschaltung der Mittelwertbildung. Dann hört man eine neue Version des Ursprungssignals, die deutlich ohne hohe Frequenzen auskommt. Nichts anderes passierte weiter oben mit den gestörten Thermospannungen. Um die erzielte Wirkung auch quantifizieren zu können, sind im Programm „Tiefpass“ Leistungsspektren ebenfalls aufgeführt. Je nach Länge der Mittelwertbildung werden mehr oder weniger breite Abschnitte im hohen Frequenzbereich quasi ausgeblendet.

Prinzip der digitalen Filter

Bild 1 beschreibt die verwendete Mittelwertbildung aus der Sicht der Theorie der digitalen Filter. Grundlegend wird durch einfache Kombination von Additionen und Multiplikationen im Originalbereich des Signals die Wirkung im Frequenzraum erzielt. Alles hängt hierbei von den sogenannten Filterkoeffizienten ab. Im Falle der Mittelwertbildung, welche bekanntlich Tießpaßcharakter trägt, sind diese Koeffizienten identisch. Wie man später sehen wird, gibt es weit bessere Filterkoeffizienten.

Neben dem Mittelwertfilter sind im Bild 1 die zwei Haupttypen digitaler Filter aufgeführt. Die Klasse der digitalen Filter mit endlicher Antwort (FIR = Finite Impulse Response) zeichnet sich dadurch aus, daß der aktuell gefilterte Signalwert aus einer fixierten Vergangenheit heraus berechnet werden kann. Diese Vergangenheit hat dabei unabhängig vom konkreten Signalpunkt stets ein- und dieselbe Länge. Anders gesagt, ein Impuls würde durch den Filter laufen und nach endlicher Zeit wäre die Ausgabe vollständig identisch Null. Hieraus resultiert letztlich auch der Begriff FIR.

Signal ungefiltert → **Signal gefiltert**
x[0], x[1], x[2], ... → **y[0], y[1], y[2], ...**

Rückkopplungsfreie Filter

Filterkoeffizienten: a[0], a[1], ...a[k]

y[n]=a[0]x[n]+a[1]x[n–1]+...+a[k]x[n–k]

Filter mit Rückkopplung

Filterkoeffizienten (vorwärts): a[0], a[1], ...a[k]

Filterkoeffizienten (rückwärts): b[0], b[1], ...b[l]

b[0]y[n]+b[1]y[n–1]+...+b[l]y[n–l]=a[0]x[n]+a[1]x[n–1]+...+a[k]x[n–k]

Bild 1. Die zwei Haupttypen digitaler Filter: ohne (FIR) und mit Rückkopplung (IIR).

Digitale Filter mit unendlicher Impulsantwort sind dadurch gekennzeichnet, daß für die Berechnung eines gefilterten Wertes eine potentiell beliebig lange Vergangenheit des Originalsignals erforderlich ist. Ein Impuls klingt somit unendlich lange nach, was die Namensgebung IIR (Infinite Impulse Response) erklärt. Die Berücksichtigung einer beliebig langen Vergangenheit müßte sich auch in der Anzahl der Filterkoeffizienten widerspiegeln. Das ist auch tatsächlich der Fall, jedoch zeigt Bild 1, daß es eine bessere und kompaktere Notation für IIR-Filter gibt. Hierbei läßt sich jeweils auf eine fixierte Vergangenheit des Originals und des gefilterten Signals zurückgreifen. Letzteres ist genau die allgemeine Definition eines IIR-Filters.

Ein sehr einfacher IIR-Filter ist der Integrator, dessen Definition mit y[n] = y[n–1] + x[n] gegeben ist. In ausführlicher Schreibweise führt das zu:

y[n] = x[n] + x[n–1] +... + x[0] für n = 1, 2, 3, ...

Das Originalsignal ist hierbei mit x und das gefilterte Ergebnis mit y bezeichnet.

Die um 1 verminderte Zahl der Koeffizienten bei der Definition des FIR-Filters heißt Ordnung, bei IIR-Filtern ist es das Maximum aus der jeweils um 1 verminderten Anzahl der x- sowie der y-Koeffizienten. Im letzteren Fall werden diese Koeffizienten auch mit den Attributen vorwärts bzw. rückwärts versehen. Der Rechenaufwand bei IIR-Filtern ist höher, sofern die Ordnung fixiert ist. Dafür ist die Filtercharakteristik besser.

Konstruktion von FIR-Filtern

Will man digitale Filter konstruieren, muß man Designziele vorgeben. Eine erste grobe Unterteilung stützt sich auf die Typen Tiefpaß, Hochpaß, Bandpaß sowie Bandstop (*Bild 2*). Durch Kombination all dieser Varianten entsteht eine große Vielfalt an unterschiedlichen Filtertypen. Bei all diesen Exemplaren sind die Frequenzbänder und das zugeordnete Verhalten der Amplituden anzugeben. Allerdings charakterisiert das noch nicht vollständig das Filter. Hierzu muß noch die Phasenlage berücksichtigt werden. Zumeist ist diese Phasenlage aber nur sekundäres Designziel.

Das Designproblem bei digitalen Filtern

Üblicherweise müssen während der Designphase digitaler Filter folgende Schritte durchlaufen werden:

1) Fixierung des gewünschten Antwortverhaltens in Form von Amplitudenvorgaben oder in Form einer Mixtur aus Amplituden- und Phasenverhalten!
2) Entscheidung für ein grundlegendes Filterkonzept! Zur Auswahl stehen die Klasse der FIR-Filter und die der IIR-Filter.
3) Festlegung der Gütekriterien für das zu konstruierende Filter! Abweichungen zwischen idealer Vorgabe und erreichtem Stand sind unvermeidbar.

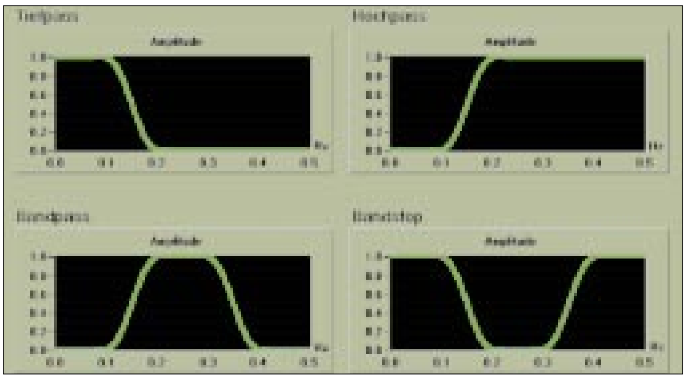

Bild 2. Tiefpaß, Hochpaß, Bandpaß sowie Bandstop sind grundlegende Arten von digitalen Filtern. Kompliziertere Filter lassen sich daraus durch Kombination aufbauen.

4) Entwicklung oder Fixierung einer Lösungsmethodik, die das Gütemaß bei der Bestimmung eines Filters minimiert!
5) Passende Umsetzung des Filters! Hierbei hängt viel von der geplanten Zielhardware ab (Computer, DSP-Chip, VLSI).
6) Analyse der Leistungsfähigkeit des ermittelten Filterkonzeptes! Zu bedenken ist, daß hierbei auch interne Rundungseffekte von Bedeutung sein können.

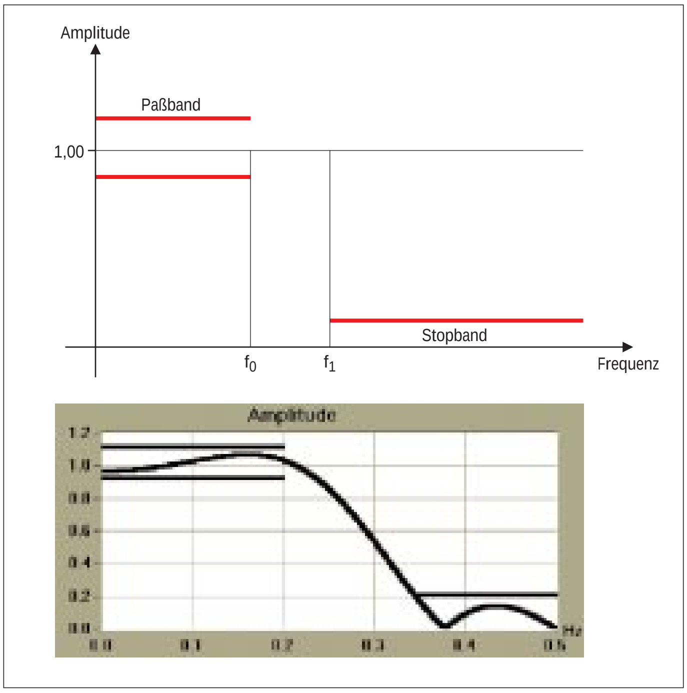

Bild 3. Das Designziel anhand einer Tiefpaßspezifikation.

Zu Punkt 1) ist ergänzend zu sagen, daß sich Phasenvorgaben zumeist auf die Linearität der Phase beziehen, d.h., sie tragen ergänzenden Charakter gegenüber den Spezifikationen bzgl. der Amplitude. Bei praktischen Anwendungen sind im Regelfall 1) – 6) als Zyklus aufzufassen, d.h., man nähert sich schrittweise der endgültigen Realisierung des Filters.

Bild 3 zeigt das Grundschema einer Designvorgabe anhand einer Tiefpaßspezifikation. Dem approximativen Charakter der Filterbestimmung wird durch Vorgabe passender Schranken, die sich auf Amplitudengrößen beziehen, Rechnung getragen. Erreicht werden soll, daß die Filtercharakteristik innerhalb dieser Schranken bleibt, dabei aber einen möglichst einfachen Aufbau hat.

Der Begriff der Einfachheit läßt sich dabei auch als Ordnung des Filters verstehen. Letztlich will man mit möglichst wenigen Filterkoeffizienten das gesteckte Ziel erreichen. Man beachte, daß zwischen dem Durchlaßbereich und dem Sperrbereich des Bildes 3 eine Lücke auftritt.

Kriterien für die Approximation

Bei konkreten Anwendungen muß der Begriff der Güte einer Approximation genauer definiert werden. Im Prinzip gibt es unendlich viele derartige Maße. Jedoch sind es insbesondere drei Ansätze, die wirklich bedeutungsvoll sind.

- Minimax- oder Chebyscheff-Approximation: Man wählt hierbei absolut gesehen das Maximum der Differenz von Designvorgaben und realem Verhalten und versucht, diesen Wert zu minimieren (daher auch der Name Minimax).
- Approximation basierend auf dem quadratischen Mittel: Die Abweichungen zwischen Ideal und Realität werden quadriert und im gesamten interessierenden Bereich integriert.
- Maximal flache Approximationen: Man ersetzt hierbei die Idealvorgabe durch ein Ersatzpolynom (siehe Erklärungen zum Butterworth-Filter im nachfolgenden Teil der Serie).

Alle drei Methoden spielen eine große Rolle bei praktisch relevanten Filterkonstruktionen und werden später noch erläutert. Sehr einfache Designstrategien, wie die für FIR-Filter basierend auf der Fouriertransformation und passender Fensterfunktion, gehen einen davon völlig abweichenden Weg. Auch dazu später mehr.

Vorteile von FIR-Filtern

Trotz des simplen Aufbaus werden FIR-Filter oft den eigentlich besseren IIR-Filtern vorgezogen. Dafür gibt es eine Reihe von Gründen. Die wichtigsten darunter sind:

- Es lassen sich FIR-Filter mit linearer Phase konstruieren. Zusätzlich ist diese Konstruktion nicht übermäßig schwer auszuführen.
- FIR-Filter lassen sich rechentechnisch sehr effizient umsetzen, wobei sowohl rekursive als auch nichtrekursive Vorgehensweisen gebräuchlich sind.
- Implementierungen von FIR-Filtern sind auch dann stabil, wenn sie mit den endlichen Signallängen digitaler Systeme umgehen müssen (nichtrekursive Berechnungsvorschriften).
- Für FIR-Filter existieren zahlreiche und präzise arbeitende Konstruktionsalgorithmen, wobei auch komplizierte Spezifikationen zugelassen sind.
- Rundungsfehler und kleinere Änderungen der Filterkoeffizienten bleiben gewöhnlich ohne durchgreifende Konsequenzen für den Filtervorgang.

Auf der Negativseite der FIR-Filter steht ein erhöhter Rechenaufwand gegenüber dem IIR-Ansatz bei gleichen Qualitätsvorgaben. Das ist insbesondere dann der Fall, wenn schmalbandige Filter (bzw. wenn Teile der Gesamtkonstruktion schmalbandig sind) vorliegen.

Linearphasige FIR-Filter

Filter mit linearer Phase sind oftmals wünschenswert, weil sie weitgehend die Form des originalen Zeitsignals konservieren.

Es gelingt rasch, einen Zusammenhang zwischen den endlich vielen Filterkoeffizienten a[0], a[1],..., a[k] eines allgemeinen FIR-Filters und einem linearen Verlauf der Phase herzustellen. Es zeigt sich, daß letztere Eigenschaft genau dann vorliegt, wenn das FIR-Filter zu einem der nachfolgenden Typen I bis IV gehört.

Typ I: k ist eine gerade Zahl und es gilt a[0] = a[k], a[1] = a[k–1], a[2] = a[k–2] usw. bis a[k/2–1] = a[k/2 + 1].
Typ II: k ist eine ungerade Zahl und es gilt a[0] = a[k], a[1] = a[k–1], a[2] = a[k–2] usw. bis a[(k–1)/2] = a[(k + 1)/2].
Typ III: k ist eine gerade Zahl und es gilt a[0] = –a[k], a[1] = –a[k–1], a[2] = –a[k–2] usw. bis a[k/2–1] = –a[k/2 + 1] sowie a[k/2] = –a[k/2], d.h. a[k/2] = 0.
Typ IV: k ist eine ungerade Zahl und es gilt a[0] = –a[k], a[1] = –a[k–1], a[2] = –a[k–2] usw. bis a[(k–1)/2] = –a[(k + 1)/2].

Es zeigt sich, daß die Typen I und II sich zusätzlich dadurch auszeichnen, daß die Phasenverschiebung der Sinusschwingungen vollkommen unabhängig von deren Frequenz ist. Die Typen III und IV weisen dahingegen eine frequenzabhängige Phasenverschiebung auf. Das ist der Grund dafür, daß die Typen I und II bei konventionellen Anwendungen bevorzugt werden.

Phasenverschiebungen werden gewöhnlich auf Intervalle wie $[0,2\pi]$ umgelegt. Insofern läßt sich auch eine lineare Phase aus verschiedenen einzelnen Geradenstücken zusammensetzen. Diese Vereinbarung erleichtert die Darstellung.

Etwas Zusatztheorie

Offen ist bis jetzt noch die Ermittlung des genauen Verhaltens von FIR-Filtern wie sie anhand von *Bild 4* nachzuvollziehen ist. Die Zusammenhänge sind relativ einfach, wenn man gewillt ist, mit komplexwertigen Funktionen zu arbeiten. FIR-Filter sollen eine Wirkung im Frequenzraum erzielen, die sich zum Beispiel geeignet mit Sinusschwingungen $\sin(\omega n)$ mit der Frequenz ω und den diskreten Punkten für n = 0, 1, 2, ... beschreiben läßt. Der Trick ist nun, daß man künstlich einen Anteil $\cos(\omega n)$ hinzunimmt, wodurch das in der komplexen Analysis wohlbekannte Signal

1) $\exp(j\omega n) = \cos(\omega n) + j\sin(\omega n)$ für n = 0, 1, 2, ...

entsteht. Alle Punkte des Signals $\exp(j\omega n)$ liegen auf dem Rand des komplexen Einheitskreises, wobei diese Eigenschaft völlig unabhängig von der fixierten Frequenz ω ist. Die an dieser Stelle wichtigste Eigenschaft des komplexwertigen $\exp(j\omega n)$-Signals ist nun, daß die Verschiebungs-Beziehung

2) $\exp(j\omega\,(n+m)) = \exp(j\omega n) \times \exp(j\omega m)$

(eine Addition wandelt sich in eine Multiplikation) gilt. Die Bedeutung von (2) wird sofort klar. Sei ein allgemeines Signal x[n] gegeben sowie ein FIR-Filter, das durch die Koeffizienten a[0], a[1] ,..., a[k] definiert ist. Das gefilterte Signal berechnet sich bekanntlich gemäß der Formel

3) $y[n] = a[0] \times [n] + a[1] \times [n-1] + ...+ a[k] \times [n-k]$

Wählt man nun speziell reinrassig periodische Signale x[n] = $\exp(j\omega n)$ mit fixierter Frequenz ω, so hat das gefilterte Signal unter Beachtung der Identität (2) die Form

4) $y[n] = \exp(j\omega n) \times (a[0]\exp(-j\omega 0) + a[1]\exp(-j\omega 1) + ... + a[k]\exp(-j\omega k))$

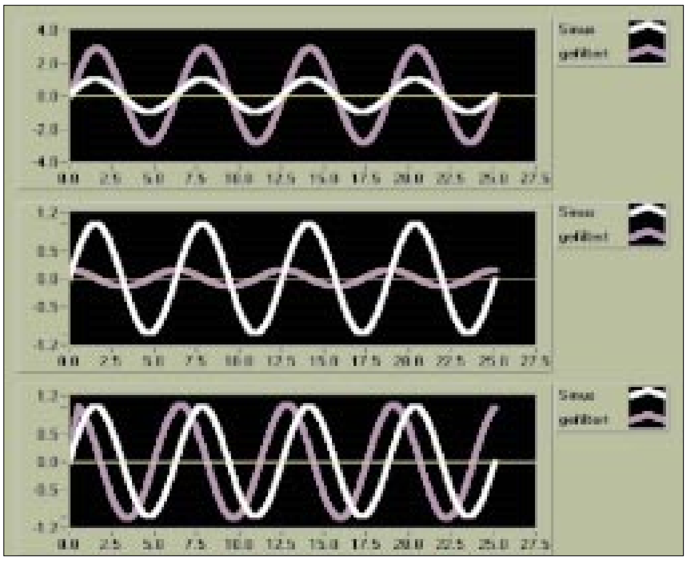

Bild 4. Die Wirkung von Filtern in Abhängigkeit von der Frequenz. Sinusschwingungen werden in ebensolche mit gleicher Frequenz transformiert, jedoch kann die Amplitude dabei zusätzlich verstärkt oder geschwächt werden. Daneben tritt ein Phasenversatz auf. Die Anomalie beim gefilterten Signal im unteren Beispiel resultiert aus dem Einschwingvorgang des digitalen Filters.

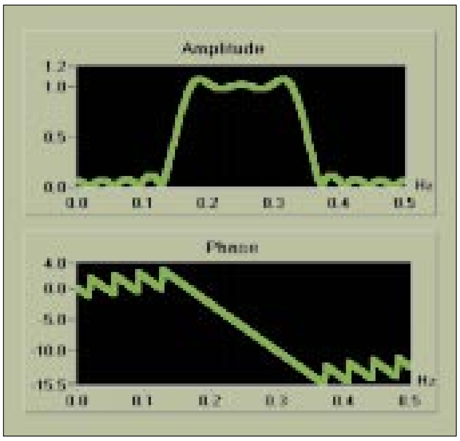

Bild 5. Amplitude und Phase eines digitalen Filters (Bandpaß, Ordnung 25, keine Fensterfunktion, Frequenzschnitte bei 0,15 Hz und 0,35 Hz).

Der zweite Faktor ist die sogenannte Übertragungsfunktion und stellt für jede vorgegebene Frequenz ω eine komplexe Zahl dar. Die Amplituden und Phasen dieser komplexen Zahlen in Abhängigkeit von ω sind in *Bild 5* dargestellt. Anders gesagt, der Grad des Auslöschens oder des Durchlassens einer bestimmten Frequenz wird genau durch die Transferfunktion bestimmt.

Der Übergang zu komplexen Zahlen ist eine äußerst hilfreiche Vorgehensweise. Die komplexwertige Transferfunktion wird letztlich im Regelfall für die praktisch eigentlich wichtigen reellen Signale genutzt. Ist die Amplitude für ein gegebenes ω sehr gering, so heißt das nichts anderes, als daß das $\sin(\omega n)$-Signal durch das Filter faktisch aus-

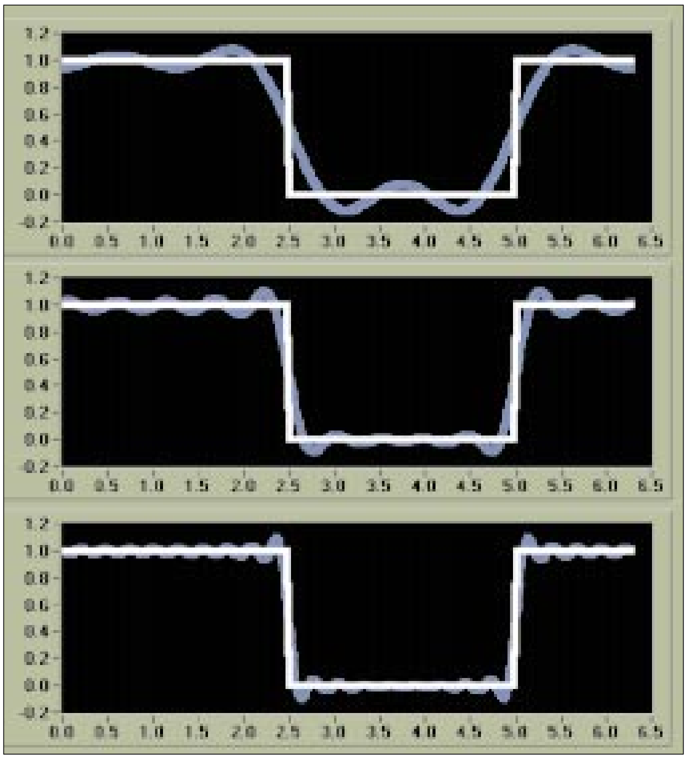

Bild 6. Konstruktion von digitalen FIR-Filtern, basierend auf der Fouriertransformation. Von oben nach unten sind die Ordnungen 6, 12 und 24 dargestellt.

gelöscht wird. Die Phase der komplexen Zahl läßt sich ebenfalls direkt als Phasenverschiebung des Sinussignals deuten. Genau das sind die Ambitionen des FIR-Filters.

Drei Designmethoden decken 95 % aller Fälle ab

Es gibt eine ganze Reihe von Konstruktionsalgorithmen für FIR-Filter vorgegebener Spezifikationen. Hier werden die Grundprinzipien von drei der wichtigsten Verfahren vorgestellt. Diese Methoden dürften bereits 95 % der wirklich relevanten Einsatzfälle abdecken.

FIR-Filter und die Fouriertransformation

Wir beschränken uns auf den Fall eines Bandpasses. Andere Problemstellungen können analog behandelt werden und sind darüber hinaus auch durch das Programm „Firdesign“ abgedeckt. Vorgegeben sei das Designziel gemäß *Bild 6*. Wie im letzten Teil der Serie demonstriert, gelingt mit Hilfe abgeschnittener Fourierreihen eine mehr oder weniger genaue Annäherung an die Vorgaben des Designziels mit Hilfe geeigneter Sinus- und/oder Cosinus-Funktionen. Derartige Approximationen sind ebenfalls im Bild 6 gezeigt. Charakteristisch sind dabei unvermeidliche Überschwinger, die den Namen Gibbs'sches Phänomen tragen.

Es sei nun ferner die Ordnung k des gesuchten FIR-Filters vorgegeben. Man läßt die Fourierkoeffizienten mit den Nummern 0 bis k für die Approximation im Sinne des Bildes 6 zu.

Allerdings setzt man diesen Algorithmus nicht wirklich in vorliegender Form ein. Hiermit sind nämlich zwei entscheidende Nachteile verbunden: Zum einen ist die lineare Phase damit nicht erreichbar, d.h., die so gewonnenen FIR-Filter gehören nicht zu den Typen I – IV, was aber äußerst wünschenswert ist. Der zweite Nachteil liegt im Gibbs'schen Phänomen, das das ursprüngliche Designziel an den kritischen Übergangsstellen zwischen Durchlaß- und Auslöschungsbereich völlig außer Kraft setzt.

Durch einfache Anpassung gelingt es, beide Problemstellen auszumerzen. Die erste Klippe kann man z.B. dadurch umschiffen, daß man symmetrisch um 0 liegende Teile der Fouriertransformation als potentielle Filterkoeffizienten nutzt. Das Gibbs'sche Phänomen wird dadurch deutlich gemildert, daß man die in einer ersten Etappe ermittelten Filterkoeffizienten mit einer Fensterfunktion wichtet. Einige gängige Fensterfunktionen sind: Bartlett, Blackman, Hamming, Kaiser, Rechteck.

Der Parks-McClellan-Algorithmus

Wesentlich leistungsstärker als die auf der Fouriertransformation beruhende Methode ist der Parks-McClellan-Algorithmus. Ausgangspunkte sind diesmal komplizierter gestaltete Designziele. Wie *Bild 7* demonstriert, können beliebig viele Durchlaß- und Auslöschungsbereiche miteinander verkoppelt werden. Es muß dabei nur gewährleistet sein, daß alle diese Teilabschnitte durch kleinere Lücken voneinander getrennt werden. Zusätzlich läßt sich der Grad des Durchlaßvermögens fixierter Frequenzbänder variabel gestalten. Ein Wert größer als 1 entspricht dann einer Verstärkung des gefilterten Signals.

Zwar könnte man diese Aufgabenstellung auch mit Hilfe der Fouriertransformation lösen, jedoch besitzen die ermittelten Filterkoeffizienten entscheidende Nachteile. Das erwähnte Gibbs'sche Phänomen würde zwischen idealem und gewünschtem Frequenzverhalten große Differenzen produzieren. Der Parks-McClellan-Algorithmus hingegen vermeidet diese Nachteile. Dieses Verfahren führt zu linearphasigen FIR-Filtern, die in einer gewissen Hinsicht

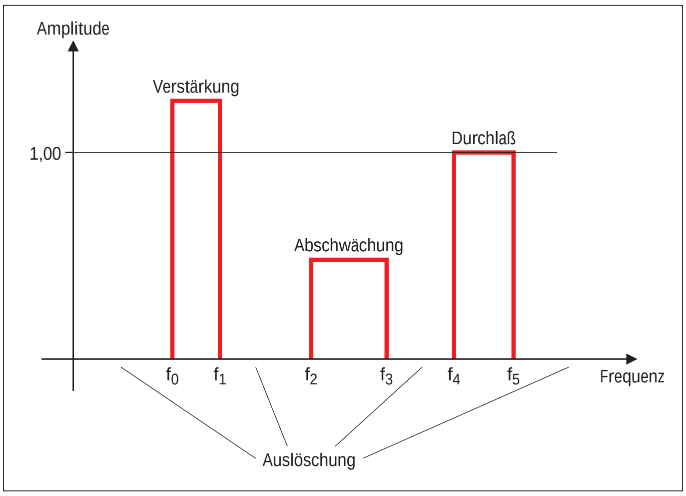

Bild 7. Der Parks-McClellan-Algorithmus kann wesentlich komplexere Designvorgaben erfolgreich behandeln. Wichtig sind kleinere Lücken zwischen den Teilabschnitten.

Programme zum Download

Wir bedauern die aufgetretenen Pannen im Zusammenhang mit dem Download von Programmen zur Serie und bitten um Ihr Verständnis. Der Autor hat uns versprochen, sich dieses Problems umgehend anzunehmen. Die neuen Programme dieses Teils stehen unter *www. natinst.com/germany* zum Download bereit: ● Tiefpass ● Firdesign

die bestmöglichen überhaupt sind. Damit ist gemeint, daß bei gegebener Ordnung des FIR-Filters sich kein anderes finden läßt, bei dem die maximale absolute Abweichung zwischen Designziel und erreichtem Stand geringer ist. Das ist eine Entwurfsstrategie, die dem erwähnten Maximum-Konzept entspricht. Der Parks-McClellan-Algorithmus basiert auf dem sogenannten Remez-Austausch.

Der Parks-McClellan-Algorithmus arbeitet iterativ, wobei die Konvergenz gewöhnlich sehr schnell vorliegt. In der Welt der IIR-Filter gibt es nichts Vergleichbares. Die schnelle Konvergenz des Verfahrens begünstigt den Einsatz bei praktischen Anwendungen enorm. So kann man etwa adaptiv während der Laufzeit sich ändernde Störbänder durch immer wieder neu berechnete Parks-McClellan-FIR-Filter unterdrücken. Die Lage und Breite der Störbänder und die Ordnung der Filter (kann einige 100 betragen) sind die einzigen Parameter, die man vorzugeben hat. Das kann natürlich alles auch automatisch von einem Programm erledigt werden.

FIR-Design und Lineare Optimierung

Ein sehr leistungsstarkes Hilfsmittel beim FIR-Design wird durch die Theorie der Linearen Optimierung bereitgestellt. Vorteilhaft ist, daß damit noch kompliziertere Designziele angestrebt werden können, z.B. sind auch Forderungen im Zeitbereich integrierbar. Auf der Negativseite steht, daß im Regelfall ein weitaus höherer Rechenbedarf erforderlich ist, der diese Verfahren mehr für Filterkonstruktionen prädestiniert, die „offline“ erfolgen können.

Die andere Welt: Der nächste Teil der Serie befaßt sich mit den IIR-Filtern, die ausgezeichnete Qualitätseigenschaften besitzen, allerdings auf Kosten eines höheren Rechenaufwands. *gs*

Literatur

[1] *Wenzel, L.*: Digitale Signalverarbeitung ist keine Hexerei, Teil 1. *Elektronik* 1998, H. 23, S. 96ff.
[2] *Wenzel, L.*: Digitale Signalverarbeitung ist keine Hexerei, Teil 2. *Elektronik* 1998, H. 25, S. 86ff.
[3] Die im Text angegebenen Programme stehen zum Download bereit unter: *www.natinst.com/germany*